OPCIÓN A

1. **(1 punto)** Calcula el valor de m para que la recta de ecuación $\left(\frac{x}{2} = y = z\right)$ y el plano de ecuación $(x - y + mz = 4)$ formen un ángulo de 30 grados.

2. **(1 punto)** Encuentra los valores de a y b para los que $A \cdot A^t = I_3$ donde

$$A = \begin{pmatrix} \cos b & \operatorname{sen} b & 0 \\ -\operatorname{sen} b & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix},$$

I_3 es la matriz identidad de orden 3 y A^t la matriz traspuesta de A.

3. **(2 puntos)** Calcula una primitiva de la función $f'(x) = \dfrac{1}{1 - x^2}$ de modo que $f(2) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x^2 + 1)}{x}$.

4. **(3 puntos)** Un segmento de longitud l se apoya en los ejes coordenados del primer cuadrante determinando con ellos un triángulo rectángulo. Hallar el valor mínimo de la abcisa en que se apoya para que el área del triángulo mencionado, de hipotenusa l, sea máximo.

5. **(3 puntos)** Enuncia el teorema de Rouché-Frobenius. En función del parámetro a, discute y resuelve cuando sea posible el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1. \end{cases}$$

OPCIÓN B

1. **(1 punto)** Calcula el valor de m para que la recta de ecuación $(\frac{x}{2} = y = z)$ y el plano de ecuación $(x - y + mz = 4)$ formen un ángulo de 30 grados.

2. **(1 punto)** Encuentra los valores de a y b para los que $A \cdot A^t = I_3$ donde

$$A = \begin{pmatrix} \cos b & \operatorname{sen} b & 0 \\ -\operatorname{sen} b & \cos b & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix},$$

I_3 es la matriz identidad de orden 3 y A^t la matriz traspuesta de A.

3. **(2 puntos)** Calcula una primitiva de la función $f'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$ de modo que $f(2) = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$.

4. **(3 puntos)** i) Si $h(x)$ es una función real tal que $h(0) = 0$ y $h'(0) = 1$ y $g(x) = e^{\operatorname{sen}(h(x))}$, aplica la regla de la cadena para calcular la derivada $g'(0)$.

ii) Calcula los posibles valores de a, b, c para los que $f(x) = a\ln x + bx + cx^2$ tiene en $(1, 0)$ un mínimo relativo y cumple que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x^2} = 1$.

5. **(3 puntos)** Sean $A(2, -1, 0)$, $B = (-2, 1, 0)$ y $C(0, 1, 2)$ tres vértices consecutivos de un paralelogramo $ABCD$.

   i) Determina el vértice D.

   ii) Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro (punto de corte de sus diagonales) del paralelogramo $ABCD$ y que es perpendicular al plano que lo contiene.