

OPCIÓN A

1.- Sea A la matriz: $A = \begin{pmatrix} 5 & -m & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}$

a) (1,5 puntos) Discuta el sistema que aparece a continuación, para cada uno de los valores de m y resuélvalo para los valores de m siguientes: $m = -1$ y $m = 2$.

$$AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{donde} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ x \end{pmatrix}$$

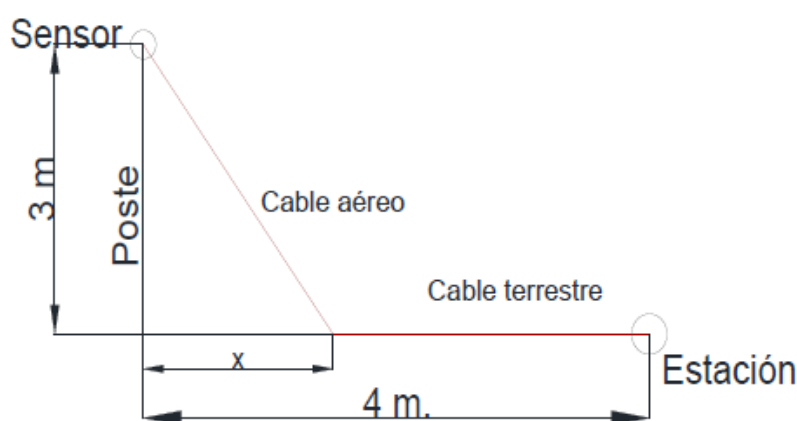
b) (1 punto) Determine la inversa de la matriz A cuando $m = 0$.

2.- a) (1 punto) ¿Pueden existir vectores \vec{u} y \vec{v} tales que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$?

Justifique la respuesta.

b) (1,5 puntos) Determine todos los posibles vectores $\vec{u} = (a, 0, b)$ que tengan módulo 8 y sean perpendiculares a la recta $r \equiv \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x - y + z - 2 = 0 \end{cases}$

3.- (2,5 puntos) Un poste de 3 metros de altura tiene en su punta un sensor que recoge datos meteorológicos. Dichos datos deben transmitirse a través de un cable a una estación de almacenamiento situada a 4 metros de la base del poste. El cable puede ser aéreo o terrestre, según vaya por el aire o por el suelo (véase figura). El coste del cable es distinto según sea aéreo o terrestre. El metro de cable aéreo cuesta 3000 euros y el metro de cable terrestre cuesta 1000 euros. ¿Qué parte del cable debe ser aéreo y qué parte terrestre para que su coste sea mínimo?



4.- a) (1,25 puntos) Determine la función $f(x)$ cuya derivada es $f'(x) = 2x e^{5x}$ y que verifica que $f(0) = 2$.

b) (1,25 puntos) Calcule: $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{3-x} \right)^{\frac{1}{(2-x)^2}}$

OPCION B

1.- a) (1 punto) Determine el rango de la matriz **A**, que aparece a continuación, según los

diferentes valores de **a**: $A = \begin{pmatrix} a & -a & 6 \\ 2 & -2 & 4 \\ a+2 & -5 & -10 \end{pmatrix}$

b) (1,5 puntos) Determine, si existe, una matriz **A**, 2 x 2, que verifique la siguiente ecuación

matricial: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$ ¿Cuál es el rango de la matriz **A**?

2.- Dadas las rectas: $r: \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$ y $s: \begin{cases} x = -\lambda \\ y = 1 + 2\lambda \\ z = -2 + 2\lambda \end{cases}$

a) (1,5 puntos) Determine su posición relativa.

b) (1 punto) Calcule la distancia del punto **A = (2, 3, 1)** a la recta **s**.

3.- a) (1,25 puntos) Sea la función $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$. Determine el dominio y las asíntotas

de **f(x)**, si existen.

b) (1,25 puntos) Determine el área del recinto encerrado por las funciones: **f(x) = x² - 3** y **g(x) = 1**

4.- a) (1 punto) Determine qué valor debe tomar **k** para que $\lim_{x \rightarrow \infty} (2x - \sqrt{4x^2 + kx - 5}) = 1$

b) (1,5 puntos) Calcule: $\int 2x [\ln(x)]^2 dx$