

	<b>MATEMÁTICAS II</b>	
--	-----------------------	--

**INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD:** El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios en el orden que desee.

**2.- CALCULADORA.-** Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admiten memoria para texto ni representaciones gráficas)

**CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN DE LA PRUEBA:** Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2'5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

### OPCIÓN A

**E1.-** Sea las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcular, cuando sea posible,  $C \cdot B^t$ ,  $B^t \cdot C$  y  $B \cdot C$  (0'75 puntos)  
 b) Hallar  $a$  para que el sistema  $x \cdot A + y \cdot B = 4 \cdot C$  de tres ecuaciones y dos incógnitas  $x$  e  $y$  sea compatible determinado, y resolverlo para ese valor de  $a$  (1'75 puntos)

**E2.-** Sean los puntos  $A(1, 2, -1)$ ,  $P(0, 0, 5)$ ,  $Q(1, 0, 4)$  y  $R(0, 1, 6)$

- a) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto  $A$ , es paralela al plano que pasa por los puntos  $P$ ,  $Q$  y  $R$ , y tal que la primera componente de su vector es doble que la segunda (1'75 puntos)  
 b) Hallar la distancia del punto  $A$  al plano que pasa por  $P$ ,  $Q$  y  $R$  (0'75 puntos)

**E3.-** Sea la función  $f(x) = \begin{cases} a\sqrt{x} + bx & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ c \ln x & \text{si } 1 < x \end{cases}$ . Hallar  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que  $f(x)$  es

continua en  $(0, \infty)$ , la recta tangente a  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = \frac{1}{16}$  es paralela a la recta

$y = -4x + 3$ , y se cumple  $\int_1^e f(x) dx = 2$  (2'5 puntos)

**E4.-** a) Estudiar el crecimiento de la función  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$  (1 punto)

b) Probar que la ecuación  $x^3 + 3x^2 - 3 = 0$  tiene exactamente tres raíces reales (1'5 puntos)

## OPCIÓN B

E1.- Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & -2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix}$

- a) ¿Para qué valores de **a** la matriz es inversible? **(0'5 puntos)**
- b) Estudiar el rango según los valores de **a** **(0'5 puntos)**
- c) Hallar **a** para que cumpla  $A^{-1} = \frac{1}{4} \cdot A$  **(1'5 puntos)**

E2.- Sean los puntos **P(1, 4, -1)**, **Q(0, 3, -2)** y la recta  $r \equiv \begin{cases} x = 1 \\ y - z = 4 \end{cases}$

- a) Hallar la ecuación del plano que pasa por **P**, por un punto **R** de la recta **r** y es perpendicular a la recta que pasa por **Q** y **R** **(1'5 puntos)**
- b) Hallar el ángulo que forman la recta **r** y el plano  $\pi \equiv x - y - 3 = 0$  **(1 punto)**

E3.- Sea la función  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$

- a) Calcular sus asíntotas y estudiar su crecimiento y decrecimiento **(1 punto)**
- b) Dibujar el recinto comprendido entre la recta **y = 1**, la gráfica de la función **f(x)**, el eje **OY** y la recta **x = 2**; calcular el área de dicho recinto **(1'5 puntos)**

E4.- Determinar, de entre los triángulos isósceles de perímetro 6 metros, el que tiene área máxima **(2'5 puntos)**