

**Examen Específico**

Instrucciones :

- a) Duración: 1 h 30 min. La puntuación de cada pregunta esta indicada en la misma
- b) Tiene que elegir unicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción B
- c) Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara
- d) Todos los procesos que conducen a resultados deben de estar suficientemente justificados

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.-** Dado el sistema 
$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ ax + 3y + z = 0 \\ 2x + ay + 2az = 2 \end{cases}$$

- a) Estudie su compatibilidad según los valores del número real **a**. **(1,5 puntos)**
- b) Resuélvalo, si es posible, cuando **a = -2**. **(1 punto)**

**Ejercicio 2.-** Sea **s** la recta que pasa por los puntos **A(1 , 1 , 0)** y **B(0 , 1 , 0)**. Considere la

recta  $r : \begin{cases} y = 0 \\ z = 2 \end{cases}$

- a) Escriba unas ecuaciones cartesianas de la recta **s**. **(0,75 puntos)**
- b) Dé la posición relativa de las rectas **r** y **s**. **(0,75 puntos)**
- c) Obtenga la distancia entre **r** a **s**. **(1 punto)**

**Ejercicio 3.-** Se considera la función real  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , donde **a**, **b** y **c** son números reales.

Encuentre los valores de **a**, **b** y **c** para los que las rectas tangentes a la gráfica de **f(x)** en los puntos de abscisas **x = 2** y **x = 4** sean paralelas al eje **OX**, sabiendo además que el punto de inflexión de la gráfica de **f(x)** está en el eje **OX**. **(2,5 puntos)**.

**Ejercicio 4.-** Calcule: a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \text{sen } x}$  **(1,25 puntos)**

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right) \text{sen} \left( \frac{x}{2} \right)$ . **(1,25 puntos)**

### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.-** Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Escriba factorizado el polinomio  $p(x) = \det(A - xI_3)$  donde  $I_3$  es la matriz identidad de orden 3. **(1 punto)**
- b) Busque las raíces de  $p(x)$ . (0,5 puntos)
- c) Resuelva el sistema homogéneo con matriz  $A - xI_3$  cuando sea compatible indeterminado. **(1 punto)**

**Ejercicio 2.-** Considere un movimiento en el espacio tal que a cada punto de coordenadas  $(a, b, c)$  lo mueve al punto de coordenadas  $(a + b, a + b + c, a + b)$ .

- a) Busque el conjunto de puntos que se mueven al origen de coordenadas. **(1 punto)**
- b) Dé una ecuación cartesiana del plano  $\pi$  que determinan los puntos del apartado a) y el punto  $(1, 1, 1)$ . **(1 punto)**
- c) Busque la distancia del origen de coordenadas al plano  $\pi$ . **(0,5 puntos)**

**Ejercicio 3.-** Considere la función real de variable real  $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$

- a) Calcule la ecuación de sus asíntotas, si existen. **(1 punto)**
- b) Estudie sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como las abscisas de sus extremos relativos, si los tiene, y clasifíquelos. **(1,5 puntos)**

**Ejercicio 4.-** Sea  $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & \text{si } x \leq 1 \\ \ln x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ , donde  $\ln(x)$  significa logaritmo neperiano de  $x$ .

$x$ .

- a) Dibuje el recinto acotado comprendido entre la gráfica de  $f(x)$  y la recta  $y = 1$ . **(1,25 puntos)**
- b) Calcule el área del recinto anterior. **(1,25 puntos)**