

**Examen General**

Instrucciones :

- a) Duración: 1 h 30 min. La puntuación de cada pregunta esta indicada en la misma
- b) Tiene que elegir unicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar unicamente los cuatro ejercicios de la Opción B
- c) Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara
- d) Todos los procesos que conducen a resultados deben de estar suficientemente justificados

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.-** Se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} -a & 2 & 0 \\ 1 & -1-a & 0 \\ 0 & 0 & 1-a \end{pmatrix}$

- a) Obtenga los valores de **a** para los que **det (A) = 0**. **(1 punto)**
- b) Discuta el sistema homogéneo de matriz **A** según los valores del número real **a**.  
**(0,75 puntos)**
- c) Resuélvalo, si es posible, en el caso **a = 1**. **(0,75 puntos)**

**Ejercicio 2.-** Las coordenadas de los puntos medios de los lados de un triángulo ABC son **M(1 , 0 , 0)**, **N(0 , 1 , 0)** y **P(0 , 0 , 1)**.

- a) Obtenga las coordenadas de los vértices **A**, **B** y **C** del triángulo. **(1 punto)**
- b) Halle el área del triángulo. **(1,5 puntos)**

**Ejercicio 3.-** Ejercicio 3.- Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - 1}{1 - \cos x}$  **(1,25 puntos)**

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \cot g x$  **(1,25 puntos)** Nota:  $\cot g x = \text{cotangente de } x$

**Ejercicio 4.-** Calcule  $\int_0^{2\pi} (\text{sen } 2x + x \text{ sen } x) dx$  . **(2,5 puntos)**

### OPCIÓN B

**Ejercicio 1.-** En el primer curso de un centro de la Universidad de Oviedo se han matriculado **352** alumnos divididos en tres titulaciones distintas. En la tercera titulación hay la tercera parte de alumnos que en la primera, y la diferencia de alumnos que hay entre la primera titulación y la segunda es inferior en dos alumnos al doble de los alumnos que hay en la tercera.

a) Establezca un sistema de ecuaciones con las condiciones del problema, en función del número de alumnos de cada titulación, y obtenga el número de alumnos que hay en cada titulación. **(1,5 puntos)**

b) Calcule el determinante de la matriz del sistema. **(1 punto)**

**Ejercicio 2.-** Halle una ecuación del plano que pasa por el punto **(1, 1, 1)** y es paralelo a las

rectas  $r: \begin{cases} 3x + y = 0 \\ 4x + z = 0 \end{cases}$  y  $s: \begin{cases} x - y = 2 \\ y - z = -3 \end{cases}$ . **(2,5 puntos)**

**Ejercicio 3.-** El coste diario de una máquina que muele trigo para hacer harina depende de las toneladas molidas y viene dado por la función  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 15x + 93$  donde  $x$  es el número de toneladas molidas.

a) Obtenga la producción diaria óptima para minimizar los costes. **(1,75 puntos)**

b) ¿Cuál es el coste mínimo diario? **(0,75 puntos)**

**Ejercicio 4.-** Las gráficas de las funciones  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$  y  $g(x) = x^2$  limitan un recinto finito en el plano.

a) Dibuje un esquema del recinto. **(1 punto)**

b) Calcule su área. **(1,5 puntos)**