

## MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

---

### Opción A

---

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} ax + 2y + 2z = a \\ 2x + ay + 2z = -a \\ 2x + 2y + az = 0 \end{array} \right\}$$

- Estudie su compatibilidad según los valores del número real  $a$ . (1,5 puntos)
- Resuelva el sistema, si es posible, cuando  $a = -4$ . (1 punto)

---

Ejercicio 2.- Halle los planos que pasando por A(0,2,0) y B(0,0,2), corten al eje OX en un punto C tal que el área del triángulo de vértices A, B y C sea 6. (2,5 puntos)

---

Ejercicio 3.- Dada la función  $f(x) = (x - a) \cos(x)$ , busque el valor del número real  $a$  sabiendo que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi}{2} - 2. \quad (2,5 \text{ puntos})$$

---

Ejercicio 4.- Considere la función  $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ .

- Halle las asíntotas de la función  $f$ . (1 punto)
  - Halle los máximos y mínimos de la función  $f$ . (1 punto)
  - Represente gráficamente la función  $f$ . (0,5 puntos)
-

---

**Opción B**

---

Ejercicio 1.- Dado el número real  $a$  se considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1-a & 1 & 2 \\ a & a^2 & -1 \end{pmatrix}$ .

- a) Obtenga los valores del número real  $a$  para los que la matriz  $A$  tiene inversa. (1,25 puntos)
  - b) Busque, si es posible, la matriz inversa de  $A$  cuando  $a=0$ . (1,25 puntos)
- 

Ejercicio 2.- Considere el plano  $\pi : x + y - z = 0$  y la recta  $r : \left. \begin{array}{l} x = 0 \\ y - z = 0 \end{array} \right\}$ .

- a) Halle la posición relativa de la recta y el plano. (1 punto)
  - b) Encuentre una recta perpendicular a ambos. (1 punto)
  - c) Busque la mínima distancia entre la recta y el plano dados. (0,5 puntos)
- 

Ejercicio 3.- Considere las curvas  $f(x) = x^3 - 3x - 2$  y  $g(x) = x^2 - x - 2$ .

- a) Encuentre sus puntos de intersección. (0,5 puntos)
  - b) Represente el recinto limitado que encierran entre ellas. (1 punto)
  - c) Encuentre el área del recinto limitado por las dos curvas. (1 punto)
- 

Ejercicio 4.- Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x)}{\operatorname{tag}(3x)}$ . (2,5 puntos)

---