

## MATEMÁTICAS II

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos. La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.
- Tiene que elegir entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción A o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la Opción B.
- Conteste de forma razonada y escriba ordenadamente y con letra clara.
- Todos los procesos que conducen a resultados deben estar suficientemente justificados y completamente explicados.

---

### Opción A

---

Ejercicio 1.- Dado el sistema

$$\left. \begin{array}{l} ax + y + z = 0 \\ x + ay + z = 0 \\ x + y + az = 1 \end{array} \right\}$$

- Estudie su compatibilidad según los valores del número real  $a$ . (1,5 puntos)
  - Resuélvalo cuando  $a$  sea nulo si es posible. (1 punto)
- 

Ejercicio 2.- Sean el punto P (-1,2,0) y el plano  $\pi: 2x - 3y + z = 8$ .

Calcule:

- Las ecuaciones de una recta que pase por el punto P y sea perpendicular al plano  $\pi$ . (0,5 puntos)
  - La distancia  $d$  del punto P al plano  $\pi$ . (0,5 puntos)
  - La ecuación de otro plano, paralelo a  $\pi$  y distinto de él, que diste de P la misma distancia  $d$ . (1,5 puntos)
- 

Ejercicio 3.- Considere la curva  $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - \frac{2}{3}x - 4$ .

- Halle los puntos de la curva en que la recta tangente es paralela a la recta  $0 = 2x + 3y - 4$ . (2 puntos)
  - Obtenga la ecuación de la recta tangente a la curva en  $x = 1$ . (0,5 puntos)
- 

Ejercicio 4.- Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} 4x+12 & \text{si } x \leq -1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{si } x > -1 \end{cases}$ .

- Haga un dibujo aproximado de la gráfica de la función  $f$ . (0,75 puntos)
  - Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f$ , el eje de abscisas y la recta  $x = 2$ . (1,75 puntos)
-

---

**Opción B**

---

Ejercicio 1.- Dado el número real  $a$  se considera la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ . Halle el rango de la matriz

$A^2 - A^t$  según los distintos valores de  $a$ . (2,5 puntos)

Nota:  $A^t$  es la matriz traspuesta de  $A$ .

---

Ejercicio 2.- Se consideran los puntos en el espacio  $A(1,-1,1)$  y  $B(2,2,2)$ .

a) Halle el punto medio de  $A$  y  $B$ . (0,5 puntos)

b) Dé la ecuación del plano respecto al cual  $A$  y  $B$  son puntos simétricos. (2 puntos)

---

Ejercicio 3.- Sea la parábola  $y = x^2 - 3x + 6$ .

a) Halle la ecuación de la tangente a la gráfica de esa curva en el punto de abscisa  $x = 3$ . (0,5 puntos)

b) Haga un dibujo aproximado del recinto limitado por la gráfica de la parábola, el eje  $OY$  y la recta tangente hallada anteriormente. (0,5 puntos)

c) Calcule el área del recinto anterior. (1,5 puntos)

---

Ejercicio 4.- Calcule  $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{1}{1-x}}$ . (2,5 puntos)

---